

## **ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ КОМПОНЕНТЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ**

*Аннотация.* В статье проводится анализ деятельности решения некорректных по Адамару математических задач. Предложены схемы деятельности, критерии ее оценки.

*Ключевые слова:* деятельность, структура деятельности, задача, структура задачи, некорректная задача.

*Abstract.* This article analyzes the problem-solving process of ill-posed by Adamar mathematical problems. The networkings and criteria are proposed.

*Keywords:* activity, structure of the activity, problem, structure of the problem, ill-posed problem.

В соответствии с принятой в настоящее время компетентностной парадигмой высшего профессионального образования особое значение придается вопросам разработки содержания образования и методических средств, обеспечивающих приобретение студентами опыта творческой деятельности, освоения ими общекультурных основ, реализации деятельностного подхода в обучении математике. Выделение состава деятельности [1], адекватной наиболее общим, так называемым опорным, математическим знаниям, умениям, навыкам и дальнейшее ее освоение обучаемыми – актуальная педагогическая проблема. Знания о структуре математической задачи и о структуре деятельности по ее решению относятся, по замечанию И. П. Калошиной [2], к категории таких наиболее общих методологических знаний. Эти знания «носят интер-, меж-, надпредметный характер, позволяющий применять их в разных предметных областях».

Приобретение студентами собственного опыта по решению задач играет одну из ведущих ролей в становлении специалиста, поскольку именно из грамотного решения практических задач чаще всего и состоит профессиональная деятельность. Необходимость принятия решений в условиях переизбытка или недостатка данных, или даже их противоречивости, требует от специалиста умения работать с некорректными задачами. «Потребность восстановить прошлое по некоторым фактам настоящего, заглянуть в будущее или проникнуть в зону недоступности» [3] приводит человека к необходимости решать некорректные задачи в профессиональной сфере. Поэтому вооружение будущих специалистов методологией их решения соответствует реализации целей профессионального образования.

«В настоящее время обратные и некорректные задачи изучаются систематически и завоевали право называться перспективной областью современной науки» [3]. Некорректные задачи приближены к реалиям жизни. К ним относится, например, установление причины по известному следствию. И эта задача, вообще говоря, неоднозначна: постановка диагноза по результатам обследования, восстановление картины преступления по имеющимся уликам, обнаружение месторождения по данным геологоразведки и т.д. Специфика

процесса решения некорректных задач проявляется прежде всего в развернутости деятельности, в прохождении всех ее этапов.

Примем определение корректной задачи, принадлежащее французскому математику Ж. Адамару [3]: задача называется *корректной, или корректно поставленной*, если ее решение: 1) существует; 2) единственно; 3) устойчиво, т.е. малым изменениям исходных данных задачи соответствует малое изменение решения. Соответственно, задача называется *некорректной, или некорректно поставленной*, если хотя бы одно из условий не выполняется. Продолжая определение, заметим [3, с. 14]: «Термин «некорректная задача» означает, что задача либо не имеет решения (в интересующем нас классе), либо, напротив, имеет много решений (как минимум два), либо процедура нахождения решения неустойчива».

В настоящей статье проведем поуровневый анализ деятельности обучаемых при решении задач; отметим особенности в структуре деятельности, характерные для решения некорректных задач; обоснуем целесообразность использования некорректных задач в качестве средства формирования математической деятельности студентов.

*Первый уровень исследования* деятельности по решению задачи основан на предложенной академиком П. К. Анохиным [4] психофизиологической теории функциональных систем (ФС). В функциональной системе выделяют четыре этапа. Назовем их и укажем, какой смысл им можно придать в процессе решения задачи.

1. Аффферентный синтез (АС). В этой стадии происходит принятие задачи обучаемым, четкое осознание постановки задачи, интегрирование опыта, знаний, формирование мотивации, выбор цели деятельности.

2. Образ превосхищенного результата деятельности, цель деятельности (Ц) и параметры результата (ПР) – критерии, которым должен удовлетворять результат. При решении задачи это означает четкое представление решающим задачу ее конечного результата и критериев его оценки. Требования корректности задачи: существование, единственность и устойчивость решения – выступают в качестве критериев.

3. Программа (Пр) выполнения деятельности, которая определяет действия (Д) и операции (Оп), приводящие к искомому результату (Р). Для процесса решения задачи – это ее алгоритм, план решения.

4. Контроль (К) и оценка результата по ранее выдвинутым критериям (Кр). На этом этапе осуществляется проверка, анализ решения задачи с точки зрения корректности, дальнейшее обобщение, перенос результатов или способов действий в новые условия.

Функциональная система дает универсальную архитектуру для описания любой деятельности человека, в частности для решения задач, а также для выполнения отдельных действий или операций в процессе решения задачи. Деятельность начинается в аффферентном синтезе, развивается через образ результата и программу, доходит до контроля и далее завершается в аффферентном синтезе нового витка деятельности.

Используя теорию функциональных систем в качестве методологической основы, составим модель деятельности при решении задачи (рис 1). Схема имеет вид нескольких колец, поскольку полученный результат оценивается по критериям корректности (существование, единственность, устойчивость решения), выдвинутым на первом и втором этапах; результат оценива-

ется с точки зрения его соответствия предвосхищенному образу. Деятельность по решению задачи начинается с афферентного синтеза и заканчивается в нем. Если на основании обратной связи сделан вывод о том, что полученный результат не удовлетворяет выдвинутым критериям (например, обнаружено еще одно решение, или выявлены противоречия, или нет устойчивости), то студент возвращается к началу задачи и вновь осуществляет весь цикл. Деятельность в этом случае имеет вид нескольких повторяющихся циклов (см. рис. 1). Эта цикличность продолжается до тех пор, пока результат не будет удовлетворять предъявленным критериям корректности задачи.

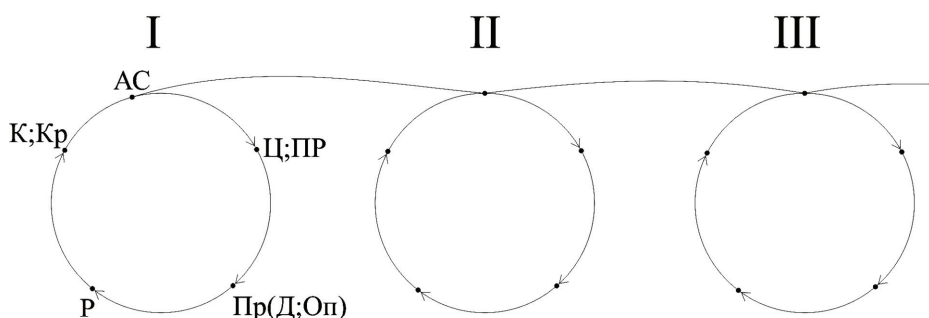


Рис. 1

На втором уровне анализа процесса решения задачи, основанном на психологическом аспекте, будем исходить из традиционных положений теории деятельности Л. С. Рубинштейна, А. Н. Леонтьева. Проанализируем процесс решения задачи с этой точки зрения, рассмотрим смысл основных компонентов деятельности, особенности ее осуществления.

Решение задачи, как любая деятельность, осуществляется во внешнем и внутреннем плане, поскольку деятельность – это всегда соединение внутренних и внешних, т.е. психических и поведенческих функций и операций. При решении задач внешняя деятельность всегда сопровождается внутренней, выполнение внешних действий регулируется посредством психики: восприятия, мышления, памяти, внимания, представления. Результат внешней деятельности может быть легко зафиксирован: задача решена или нет. Внутренняя, психическая, деятельность диагностируется сложнее, но она не остается неизменной в этом процессе. При решении некорректных задач для внутренней деятельности характерны особенности: мышление обучаемых приобретает новые черты, становится по преимуществу дивергентным [2]; наблюдается динамика в развитии математических способностей (см. В. А. Крутецкий «Психология математических способностей школьников»).

Деятельность всегда предметна и субъектна. В рассматриваемом нами случае в роли предмета деятельности выступает задача, которая в процессе деятельности преобразуется. Субъектность деятельности находит свое выражение в аспектах активности обучаемого, способах взаимодействия с предметом деятельности – задачей и преподавателем, осуществляющим обучение.

Задача как предмет деятельности является самостоятельным образованием. Она имеет свою структуру, не сводимую к структуре деятельности по ее решению, как система обладает свойством целостности. В качестве основных компонентов задачи выступают: данные задачи, требование задачи, спо-

соб решения, обоснование или базис, предметная область [5]. Некорректная задача наиболее ярко проявляет свойство целостности. Это выражается, например, в относительности понятия корректности – корректность задачи зависит от содержания всех ее компонентов.

Элементы в структуре задачи соотносятся с элементами в структуре деятельности по ее решению. Результат деятельности связан с требованием задачи, но не всегда совпадает с ним. Результат может быть шире, так как к результату деятельности можно отнести и новый метод решения, открытый в задаче, и новое усвоенное действие, и качественные психические и личностные изменения субъекта, решающего задачу. Средства и способы действий тесно связаны со способом решения задачи, с имеющейся в распоряжении обучаемого предметной областью, системой знаний, откуда выделяется базис задачи. По замечанию Г. И. Саранцева [1], деятельность по решению задачи адекватна структуре задачи, но не тождественна ей.

В структурно-функциональном отношении важен анализ деятельности по ее единицам. В качестве такой единицы выступает действие, определяемое как наименьшее структурно-функциональное образование. Действие первично по отношению к включающей его деятельности. С психологической точки зрения человеческая деятельность представляет собой действие или цепочку действий. В свою очередь действие не является последней структурной составляющей деятельности, оно состоит из операций, состав которых определяется как способ выполнения действия и деятельности в целом. Операционный состав деятельности при решении задач очень разнообразен, и описать его возможно для некоторого класса алгоритмических задач, отнесенных к общему методу.

На рис. 2 приведена модель деятельности по решению задачи, соответствующая второму уровню исследования – психологическому.

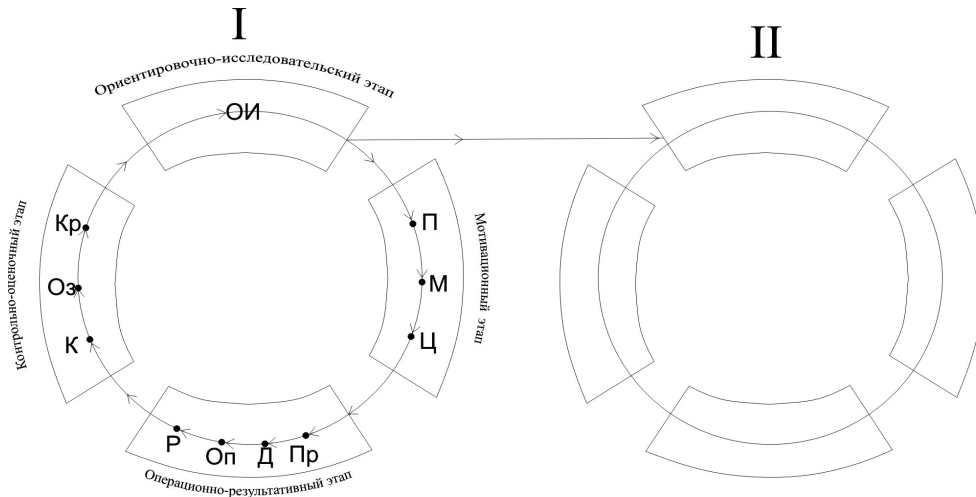


Рис. 2

1. ОИ – ориентировочно-исследовательский этап. Включает в себя интеграционный блок поисковой деятельности (интеграция знаний, опыта ученика, осознание условий и требований задачи) и приводит к потребности действия.

2. Мотивационный блок формируется последовательно: потребность (П) → мотив (М) → цель (Ц).

3. Далее операционно-результативное звено: составляется программа (Пр) действий (Д) и операций (Оп), выполнение которых приводит к результату (Р).

4. Последний этап деятельности: контроль (К) и оценка (Оц) результата в соответствии с критериями (Кр). Это контрольно-оценочный этап.

Заметим, что при решении некорректных математических задач все компоненты деятельности: мотив, цель, предмет, средства, способы действий, результат – присутствуют, акцент переносится на анализ результата и выбор средств, способов деятельности. Названные особенности позволяют отнести деятельность по решению некорректных задач к разряду творческой [2].

Проведение анализа на психолого-физиологическом уровне дает достаточно полное представление о деятельности по решению математических задач, но все же остаются в стороне некоторые важные особенности, характеризующие учебный процесс: активность обучаемого, его самостоятельность, характер деятельности (творческая, исследовательская, продуктивная, репродуктивная), а также не отражены роль и участие педагога. Поэтому перейдем к следующему уровню исследований – педагогическому, рассмотрим процесс решения задачи как процесс взаимодействия обучаемого и обучающего.

При проведении дидактического (педагогического) анализа (третий уровень исследований) необходимо определить место педагога. Для этого в модель второго уровня вводится дополнительный блок, который Й. Лингарт назвал вербальной системой (ВС). Этот блок в схеме деятельности размещается таким образом, чтобы на основе обратной связи педагог мог влиять на формирование потребностей, мотивов, целей деятельности; корректировать выработку программы деятельности; подтверждать или отрицать оценку результата действия (рис. 3).

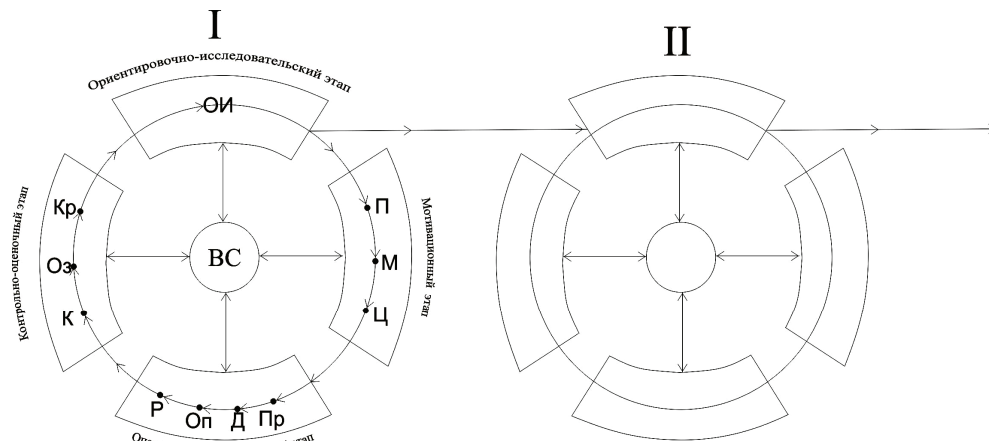


Рис. 3

Обучение решению задач носит характер взаимодействия преподавателя и обучаемого, поэтому укладывается в рамки модели системы педагогического взаимодействия [6]. В этом процессе можно выделить пять качественно различных уровней владения знаниями о структуре задачи и структуре деятельности по ее решению:

- I – неопределенный, соответствует «знаниям-узнаваниям»;
- II – манипулятивный, соответствует «знаниям-копиям»;
- III – прагматический, соответствует «знаниям-умениям»;
- IV – оптимальный, «знания-умения» + опыт деятельности;
- V – автономный, «знания-трансформации».

Межуровневые переходы представляют динамику развития системы. Эти переходы характеризуются появлением новых качеств во взаимодействии субъектов системы или совершенствованием уже имеющихся.

I → II. Ориентировочно-адаптационный. Переход обучаемого от «знаний-узнаваний» к «знаниям-копиям». На этом этапе происходит формирование умений действовать «по образцу»; задача педагога – сообщение схем деятельности, образцов, трансляция методов. Активность обучаемого при этом высокая, но самостоятельность – низкая; главная задача обучаемого – понимание, усвоение, копирование. Деятельность обучаемого – перцептивно-мнемическая.

II → III. Этап перехода к функциональной стадии. Здесь характерна сформированность у обучаемого «знаний-копий», но наблюдается неспособность к варьированию; происходит осознание обучаемым цели саморазвития, появление у обучаемого стремления превзойти свою пассивность. Деятельность педагога направлена на создание условий для развития и коррекцию деятельности обучаемого. Деятельность обучаемого – мыслительно-имажинативная.

III → IV. Оптимизационный. Обучаемый усвоил основные приемы и способы действий, в состоянии самостоятельно формулировать и решать задачи, имеет место накопление опыта успешных и неуспешных действий. Миновала необходимость доминирования преподавателя. Деятельность обучаемого – с элементами творчества.

IV → V. Этап автономизации. Обучаемый сам становится инициатором взаимодействия с источником информации, самостоятельно и активно организует свой творческий процесс, проявляет креативность, достигает личностно значимых результатов. Деятельность обучаемого – творческая.

V → переход к новой системе взаимодействия. Обучаемый с новыми сформированными действиями, способностями осознает новые потребности, в которых эти сформированные качества будут востребованы.

Определение уровня развития системы педагогического взаимодействия при решении задач и характера межуровневых переходов позволяет планировать учебный процесс, диагностировать успешность деятельности обучаемых. Включение некорректных задач в содержание обучения позволяет более точно фиксировать достигнутый уровень, быстрее продвигаться от одного уровня системы к другому, так как некорректные задачи активизируют обучение.

На основании проведенного трехуровневого теоретического анализа деятельности по решению задач сделаем выводы о необходимости включения некорректных задач в содержание обучения.

1. Теория некорректных и обратных задач – современная, активно развивающаяся область научных знаний. Знакомство и изучение этой теории способствует формированию познавательной мотивации у обучаемых, развитию интереса к математике, дает представление о современных, перспективных, развивающихся областях научных знаний.

2. При решении некорректных задач реализуется каждый этап деятельности, проявляется значимость последнего проверочного этапа. Необходимость завершать решение задачи проверкой трех условий корректности приводит к более высокому качеству освоения предметных математических знаний и к более высокому уровню владения структурой деятельности по решению задач.

3. Соответственно теории П. Я. Гальперина формирование навыка по решению определенного типа задач должно осуществляться в наиболее разнообразных условиях. Использование некорректных задач в составлении систем задач, ориентированных на выработку определенного навыка, дает его оптимальное формирование, с необходимыми качествами (полнота, развернутость, осознанность), приводит к слому стереотипов деятельности, не позволяет сформироваться ложным аналогиям.

Для практического подтверждения сделанных выводов в 2009 г. был проведен заключительный этап эксперимента. В нем приняли участие 260 студентов с первого по третий курс экономического и физико-математического факультетов Пензенского государственного педагогического университета им. В. Г. Белинского. Были выбраны контрольные и экспериментальные группы. Занятия по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям проводились в экспериментальной группе с включением некорректных задач, в контрольной группе – традиционно.

С целью проведения количественного анализа были выдвинуты критерии оценки уровня сформированности деятельности обучаемых при решении задач в соответствии с выделенными на втором уровне анализа структурными звеньями решения задачи и основными компонентами деятельности. Результаты фиксировались после проведения контрольных работ, выполнения студентами персонального задания и индивидуальной беседы с преподавателем.

Уровень сформированности деятельности определялся по следующим критериям:

1. Характер мотивации: внутренняя – внешняя, познавательная – репродуктивная.

2. Владение знаниями о структуре задачи: постановка задачи (данные, требование); поиск решения и осуществление решения; «взгляд назад».

3. Анализ данных задачи на полноту, противоречивость в соответствии с требованием задачи.

4. Владение стратегией поиска решения задачи, характер его проведения: хаотично – целенаправленно, осознанное владение анализом – синтезом, формулирование гипотез, разбиение на подзадачи, рассмотрение частных и предельных случаев, всех возможных вариантов, выбор рационального способа решения, умение выделить главную идею, которая приводит к решению.

5. Качество выполнения решения: правильность, обоснованность, полнота, свернутость выполнения отдельных простейших операций, затраченное время, характер допущенных ошибок (техническая, логическая).

6. Выполнение последнего этапа, «взгляда назад»: проверка правильности решения; проверка условий корректности задачи; поиск решений, отличных от найденного; обобщение метода; формулирование новых задач.

7. Владение средствами решения задач: рисунки, модели, абстракции, краткая запись задачи, представление данных задачи в различных видах, компьютер.

8. Владение методами решения задач: выбор теоретического базиса для решения задачи, владение простейшими методами и умение их комбинировать.

Выделенные критерии позволяют регистрировать внешнюю деятельность, но по характеру ее выполнения можно оценить и изменения, происходящие во внутренней, психической. Дополняя критерии 1–8 достигнутым уровнем взаимодействия I–V, получаем достаточно полную картину об уровне сформированности деятельности обучаемых по решению задач. Статистическая обработка данных эксперимента позволила сделать вывод об эффективности методики с использованием некорректных задач.

Таким образом, теоретически обосновано и практически подтверждено, что включение некорректных задач в содержание образования и применение соответствующей методики существенно повышает уровень сформированности математической деятельности студентов.

### *Список литературы*

1. **Саранцев, Г. И.** Общая методика преподавания математики / Г. И. Саранцев. – Саранск, 1999. – 208 с.
2. **Калошина, И. П.** Психология творческой деятельности : учеб. пособие для вузов / И. П. Калошина. – 2-е изд. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 559 с.
3. **Кабанихин, С. И.** Обратные и некорректные задачи / С. И. Кабанихин. – Новосибирск : Сибирское науч. изд-во, 2008. – 460 с.
4. **Родионов, М. А.** Деятельностно-процессуальный подход к обучению школьников поиску пути решения математических задач / М. А. Родионов, Н. Н. Храмова. – Пенза : ПГПУ, 2007. – 28 с.
5. **Колягин, Ю. М.** Задачи в обучении математике. Ч. II / Ю. М. Колягин. – М. : Просвещение, 1977. – 144 с.
6. **Краснова, О. В.** Механизм эмерджентообразования в развитии систем педагогических взаимодействий и его применение при решении задачи коррекции универсальных учебных действий школьников / О. В. Краснова // Наука и школа. – 2009. – № 6. – С. 23–27.

---

#### *Яремко Наталия Николаевна*

кандидат физико-математических наук,  
доцент, кафедра математического  
анализа, Пензенский государственный  
педагогический университет  
им. В. Г. Белинского

E-mail: yaremki@yandex.ru

#### *Yaremko Natalya Nikolaevna*

Candidate of physical and mathematical  
sciences, sub-department of mathematical  
analysis, Penza State Pedagogical  
University named after V. G. Belinsky

---

УДК 372.851

#### **Яремко, Н. Н.**

**Педагогические компоненты формирования математической деятельности студентов в процессе решения некорректных задач / Н. Н. Яремко // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Гуманитарные науки. – 2010. – № 3 (15). – С. 150–157.**